UNIVERSITE PAUL SABATIER

L2 Physique et Sciences Physiques et Chimiques

Année Universitaire 2011–2012

Electromagnétisme-Session 2- Examen Juin 2012 (Durée 2h00)

I. Questions de cours : Onde électromagnétique dans le vide

1. Donner les quatre équations de Maxwell satisfaites par le champ électromagnétique $(\vec{E},\vec{B})$ dans le vide.

2. Justifier pourquoi l'onde électromagnétique dans le vide, dont le champ électrique $\vec{E}$ a pour expression dans la base cartésienne $(\vec{e_x},\vec{e_y},\vec{e_z})$: $\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \cos(kx - \omega t)\vec{e_z}$ (E_0 et k>0) est appelée onde électromagnétique **progressive**, **plane** et **harmonique** (sinusoïdale).

3. Préciser la direction et le sens de propagation de l'onde et donner l'expression de son vecteur d'onde.

4. Préciser sans calcul le type de polarisation de cette onde.

4. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}(\vec{r},t)$ de l'onde.

5. Calculer la densité volumique d'énergie électromagnétique $e_{em}(\vec{r},t)$ associée à l'onde et son vecteur de Poynting $\vec{R}(\vec{r},t)$.

6. Calculer la puissance moyenne $<P>_T$ transportée par l'onde par unité de surface en fonction de E_0, μ_0 et c (vitesse de la lumière dans le vide).

II. Energie magnétique stockée par un solénoïde

On considère un solénoïde d'axe Oz, de très grande longueur h, comportant n spires par unité de longueur, circulaires de rayon R, parcourues par un courant d'intensité I constante. Le champ magnétique propre du solénoïde s'écrit : $\vec{B}_{ex} = 0$, $\vec{B}_{int} = \mu_0 n\, I\, \vec{e_z}$.

1. Rappeler la définition de l'inductance propre L d'un solénoïde et donner son expression.

2. Montrer que l'énergie magnétique ξ_m stockée dans le solénoïde s'identifie à $(1/2)LI^2$. (On rappelle le volume élémentaire en coordonnées cylindriques : $dV=\rho\, d\rho\, d\phi\, dz$).

III. Champ magnétique dans un condensateur en régime variable

A. Détermination du champ magnétique

On considère un condensateur plan dont les deux armatures sont des disques métalliques de rayon *a* d'axe de symétrie *z'z* et distantes de *d*. Ce condensateur est placé dans un circuit parcouru par un courant d'intensité $i = i_0 \sin(\omega t)$. En négligeant les effets de bord on montre que champ électrique a pour expression : $\vec{E} = -\dfrac{i_0}{\varepsilon_0 \pi a^2 \omega} cos(\omega t)\, \vec{e_z} = E_0\, cos(\omega t)\, \vec{e_z}$. On suppose que l'espace entre les armatures est le vide de permittivité diélectrique ε_0 et de perméabilité magnétique μ_0.

1. Montrer, par des conditions de symétrie et d'invariances de la disribution de courant , que le champ magnétique produit dans le condensateur par la variation temporelle du champ électrique, est de la forme : $\vec{B} = \vec{B}(\rho, t)\, \vec{e}$.

2. Ecrire l'équation de Maxwell-Ampère en un point M (ρ, ϕ, z) entre les armatures du condensateur ($\rho<a$).

3. Montrer que les variations du champ électrique sont équivalentes à un courant volumique de déplacement $\vec{J_D} = \dfrac{i_0}{\pi a^2} sin(\omega t)\, \vec{e_z}$. A partir de l'équation de Maxwell-Ampère, montrer que le champ magnétique a pour expression : $\vec{B} = \mu_0 \dfrac{i_0}{2\pi a^2} \rho\, sin(\omega t)\, \vec{e_\varphi}$.

On rappelle le rotationnel en coordonnées cylindriques (ρ, ϕ, z):

$$\overrightarrow{Rot}\,\vec{B} = \left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial B_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_\varphi}{\partial z}\right]\vec{e_\rho} + \left[\frac{\partial B_\rho}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial \rho}\right]\vec{e_\varphi} + \left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho B_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial B_\rho}{\partial \varphi}\right]\vec{e_Z}.$$

B. Bilan d'énergie électromagnétique dans le condensateur

On rappelle que la valeur moyenne de l'énergie électrique stockée par un condensateur a pour expression : $<\xi_e>_T = \dfrac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}\pi a^2\, d = \dfrac{i_0^{\,2} d}{4\pi\varepsilon_0 a^2 \omega^2}$.

4. Déterminer la valeur moyenne de l'énergie magnétique $<\xi_m>_T$ stockée dans l'espace entre électrodes. (On rappelle le volume élémentaire en coordonnées cylindriques : **$dV = \rho\, d\rho\, d\phi\, dz$**).

5. Montrer que le rapport $r = \dfrac{<\xi_m>_T}{<\xi_e>_T}$ est égal à $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a\omega}{2c}\right)^2$. Calculer ce rapport pour des fréquences ν= 50 et 10^7 Hz avec a =10 cm. Commenter les résultats. Quelle serait la fréquence maximale ν_{max} du champ électrique appliqué pour que ce dernier soit considéré comme **statique** à l'intérieur du condensateur ? Dans quelle approximation alors se place t-on?